Kurs Numerik Wintersemester 2017	Aufgabenblatt 1 **Gewöhnliche Diff.gleichungen**	Hans W Borchers DHBW Mannheim

1.1 Abkühlungsgesetz

Eine Tasse Tee hat zum Zeitpunkt $t = 0$ eine Temperatur von 90 Grad Celsius und kühlt entsprechend dem Newtonschen Gesetz ab nach der Beziehung $\frac{dT}{dt} = -0.05 \cdot T$, in Einheiten von Minuten. Bestimmen Sie $T(t)$ als Lösung eine DGL[1] in MATLAB für 60 Minuten.

(a) Welche Temperatur hat die Tasse Tee nach 60 Minuten?
(b) Welche Temperatur hat die Tasse Tee nach genau 30 Minuten?
(c) Wann erreicht der Tee eine Temperatur von 50 Grad und ist dann trinkbar?

Lösen Sie diese Aufgabe sowohl numerisch (mit `ode45`) als auch symbolisch mit Hilfe von `dsolve`. Wie gut stimmen die Ergebnisse überein?

1.2 Variables Bankkonto

Ein Bankkonto mit 5% Verzinsung folgt der DGL $B(t) = 0.05B(t)$. Zusätzliche Einlagen werden regelmässig getätigt, mit grossen Beträgen in bestimmten Monaten, sodass die Veränderung des Kontostandes folgendermassen modelliert werden kann:

$$B'(t) = 0.05B(t) + C \sin(2\pi t)^4. \qquad B(0) = 1000, C = 200$$

Vergleiche den Kontostand nach 2 Jahren mit dem Einstandsbetrag (1000 Euro) plus den weiteren Einlagen während der zwei Jahre.

1.3 Bakterienvermehrung

Bakterien in einer Lösung vermehren sich mit eine Reproduktionsrate $r = 0.01$ pro Stunde. In der geschlossenen Kultur sei nur Platz für maximal $N = 100000$ Bakterien, die Vermehrung geschieht entsprechend der DGL

$$y' = r(1 - \frac{y}{N})y$$

Ist $y_0 = 1000$ die Anzahl der Bakterien zum Zeitpunkt 0, wieviele Bakterien gibt es in der Lösung nach 30 Tagen? Wieviele gäbe es ohne die Beschränkung nach oben?

1.4 Mottenkugel

Eine Mottenkugel verdunstet proportional zu ihrer Oberfläche, der Radius r verhält sich also entsprechend einer DGL $dr/dt = -k \cdot 4\pi r^2$ mit einem Proportionalitätsfaktor k.

Wenn die Kugel mit ursprünglich einem Radius von 1/2 cm nach 6 Monaten nur noch eine Radius von 0.4 cm hat, wie lange wird es dauern, bis ihr Radius nur noch 1/4 cm beträgt (und dann ausgewechselt werden muss)?

Löse die DGL g symbolisch und bestimme den Proportionalitätsfaktor k. Zeichne die Kurve für r(t) mit diesem k und bestimme die Nullstelle der Funktion $f(t) = r(t) - 0.25$.

[1] DGL = Gewöhnliche Differenzialgleichung